
Travaux Pratiques de théorie des signaux aléatoires
Problèmes d'estimation

Ce TP concerne l'estimation paramétrique de différents processus aléatoires. Ces processus ont déjà été mesurés sur un nombre N d'échantillons et les résultats des mesures se trouvent dans les fichiers de type *data_nom*. Pour charger un fichier, il suffit de taper : `load data_nom`.

Problème n°1 : Le fichier *data_pn* contient deux vecteurs : un vecteur échantillon x de 1000 valeurs et un vecteur PN de longueur 31. On sait que le vecteur x est de la forme : $x(k) = 0.7 * wgn(k) + PN(k - \tau)$, où τ un paramètre inconnu. Déterminer la valeur la plus probable de τ .

Remarque : ce type de transmission « discrète » est utilisé par les militaires et dans la troisième génération de téléphone portable (norme UMTS).

Problème n°2 : On dispose de 2048 échantillons du p.a. X (fichier *data_pa*). Déterminer expérimentalement la variance de l'estimateur de la moyenne :

$$M_p = \text{moyenne}(x(1 + i * p)_{i=0..9}), \text{ pour } p=1..12.$$

Comment expliquez-vous les variations de la variance de M_p en fonction de p ? Conclusion ?

Problème n°3 (suite du T5) : Une maladie s'est déclarée dans un élevage et 25 % des animaux sont déjà infectés. Un test permet de détecter la maladie : si la bête est malade (hypothèse M), son taux d'anticorps suit une loi de probabilité $p_M(x) = N(10000, 2000)$. Si la bête est saine (hypothèse S), son taux d'anticorps τ suit une loi que l'on peut approximer par $p_S(x) = N(7000, 2000)$.

La première action du vétérinaire est préventive et la contagion est stoppée. L'action suivante est curative. Pour cela, le vétérinaire dispose d'un traitement radical qui soigne 80 % des animaux malades (les 20 % restant meurent), et tue 10 % des animaux sains.

a) Tracer les courbes $p(\tau/M)$ et $p(\tau/S)$.

b) Tracer les courbes $p_1(\tau) = p(M/\tau)$ et $p_0(\tau) = p(S/\tau)$.

c) Tracer les courbes $M_T(\tau)$ et $M_{NT}(\tau)$ de probabilité de mortalité en fonction de τ si un traitement est effectué (T) et si aucun traitement n'est effectué (NT).

c) En déduire le seuil de décision s_0 optimale.

d) Calculer, pour s_0 , le taux de mortalité total (utiliser, pour cela, la fonction `erfc` de MATLAB).

On suppose que le coût d'un animal est de 50 F et le coût du test est de 20 F.

e) Tracer les courbes donnant l'espérance de la perte financière en fonction de τ si un traitement est effectué et si aucun traitement n'est effectué.

f) Trouver la nouvelle valeur de s_1 permettant de minimiser les pertes financières.

Remarque : Pour tracer, une courbe, vous pouvez utiliser le programme suivant :

```
ind = 1 ;  
for tau=2000 :500 :15000  
    x(ind) = tau ;  
    F(tau) = expression; (vous pouvez utiliser la fonction normal)  
    ind = ind + 1 ;  
end ;  
plot(x, F) ;
```

Problème n° 4 : La porte du coffre a une clef électronique secrète : elle ne s'ouvre que si l'on envoie dans la clef une séquence aléatoire gaussienne ayant une d.s.p. très particulière. Un espion a pu obtenir un la courbe donnant la d.s.p. (voir la figure à la page suivante).

Seriez-vous capable de générer un p.a. permettant d'ouvrir la porte du coffre ?

